

فهرست مطالب

صفحه	عنوان
۱	فصل اول مقدمه
۲	۱-۱ کرومودینامیک کوانتومی
۲	۱-۱-۱ مروری بر QCD
۴	۲-۱-۱ باریون ها
۴	۳-۱-۱ مزون ها
۶	پیوست ها
۶	فصل اول بسط N_c بزرگ
۹	فصل دوم اثبات رابطه

فهرست جدول‌ها

صفحه

عنوان

۱-۱	طعم‌های کوارکی و جرم آنها.	۳
-----	------------------------------------	---

فهرست شکل‌ها

صفحه

عنوان

الف-۱ پایین‌ترین مرتبه قطبش خلا گلوئون ۸

الف-۲ فاکتور راس سه گلوئونی. ۸

فصل اول

مقدمه

ناحیه انرژی پایین QCD پیچیده است و هیچ یک از مدل‌هایی که تاکنون ارائه شده‌اند، نتوانستند یک تصویر کامل از این ناحیه را بدهند. مشکل این ناحیه که غالباً در محدوده انرژی $Q^2 \sim$ $5 - 1 \text{ GeV}^2$ است، به علت طبیعت غیر اختلالی بودن QCD در این ناحیه است. در واقع در این محدوده، ثابت جفت‌شدگی QCD بزرگ است ($\alpha_s = 0.3 - 0.5$) و بنابراین بسط اختلالی کاربردی ندارد. یک روش برای این ناحیه بازسازی یک مدل موثر^۱ است. با این وجود هیچ یک از مدل‌های موثر موجود مانند: مدل نامبو-جونالازی^۲ [۴]، تئوری اختلالی کایرال^۳ [۴]، مدل سیگمای خطی و غیر خطی^۴ [۴، ۴، ۴، ۴، ۴، ۴]، کروموداینامیک شبکه‌ای^۵ [۴] و بسیاری مدل‌های دیگر علاوه بر موفقیتشان در توصیف برخی خصوصیات این ناحیه، نتوانستند یک توصیف کامل از این ناحیه QCD داشته باشند. چون ثابت جفت‌شدگی قوی در ناحیه انرژی پایین کوارک‌ها را به هادرون‌ها تبدیل می‌کند،

¹Effective model

² Nambu-Jona-Lasinio model

³Chiral perturbation theory

⁴ Linear and nonlinear sigma models

⁵QCD sum rules

بنابراین درجات آزادی در این مدل‌های موثر، مزون‌ها و باریون‌ها به جای کوارک‌ها و گلوئون‌ها هستند. در این فصل به طور خلاصه زمینه‌های نظری مناسب برای ساخت یک مدل موثر را مرور می‌کنیم.

۱-۱ کرومودینامیک کوانتومی

تاکنون چهار نیروی شناخته شده وجود دارد. اندرکنش قوی همراه با اندرکنش ضعیف و الکترومغناطیس، مدل استاندارد فیزیک ذرات را می‌سازند که به عنوان نظریه میدان کوانتوم^۶ با گروه تقارنی:

$$SU(3) \times SU(2) \times U(1) \quad (1-1)$$

فرمول‌بندی می‌شود.^۷ تئوری اندرکنش قوی، تئوری کوانتومی کرومودینامیک است که حیطه کاری در این رساله است. بنابراین جنبه‌های مربوط به آن را بررسی می‌کنیم.

۱-۱-۱ مروری بر QCD

در قرن اخیر تعداد زیادی از ذراتی که به صورت قوی اندرکنش می‌کنند (به اصطلاح هادرون‌ها) کشف شدند. این ذرات مانند: پروتون، نوترون، پایون، کائون، Λ , w , ρ , η , ϕ ... هستند.

قبل از شکل‌گیری تئوری اندرکنش قوی QCD یک دسته از هادرون‌ها پیش‌بینی شده بودند که برای آنها بنا به پیشنهاد گلمان^۸، فرض شد که هادرون‌ها از ذرات بنیادی به نام کوارک‌ها تشکیل شده‌اند و برای دسته‌بندی آنها از تقارن طعم $SU(N_f)$ که N_f تعداد طعم‌ها است، استفاده شد.

^۶Quantum Field Theory

^۷نیروی چهارم نیروی گرانش است که توسط تئوری نسبیت عام بررسی می‌شود. این نیرو به دلیل مشکلاتی مثل ناپهنجاری و طبیعت تانسوری گراویتون‌ها هنوز به طور رضایتبخشی در مدل استاندارد جای نگرفته است.

^۸Gell- Maan

این تولد مدل کوارکی بود که امروزه به فرم پیچیده‌تری در مدل QCD جاسازی شده است. بعدها مدل پارتونی توسط فایمن^۹ و بورکن^{۱۰} ارائه شد که اهمیت قابل توجهی در توصیف پراکندگی غیر کشسان قوی لپتون- نوکلئون برخوردار شد. چنین آزمایش‌هایی در انرژی‌های بالا نشان دادند که کوارکها با اسپین $\frac{1}{2}$ وجود دارند. در حال حاضر شش طعم کوارکی وجود دارد که در جدول ۱-۱ خلاصه شده‌اند. تمام آزمایش‌ها نشان داده‌اند که هادرون‌ها خیلی سریع بعد از برخورد کوارک‌ها به هم تشکیل می‌شوند

جدول ۱-۱: طعم‌های کوارکی و جرم آنها.

<i>Quark flavor</i>	<i>Notation</i>	<i>mass</i>
<i>up</i>	<i>u</i>	2.3 ± 0.7
<i>down</i>	<i>d</i>	4.8 ± 0.5
<i>strange</i>	<i>s</i>	95 ± 5
<i>charm</i>	<i>c</i>	$(1.27 \pm 0.25) \times 10^3$
<i>bottom</i>	<i>b</i>	$(4.18 \pm 0.3) \times 10^3$
<i>top</i>	<i>t</i>	$(173.21 \pm 0.5 \pm 0.7) \times 10^3$

که مقیاس زمانی این فرآیند Λ_{QCD}^{-1} است. مقیاس انرژی هادرون‌ها حدود 200 MeV $\Lambda_{QCD} \simeq$ است. این نشان می‌دهد که اندازه هادرون‌ها حدود 1 fm است. کوارک‌ها درون هادرون‌ها محبوس هستند و ممکن نیست بتوان آنها را جدا کرد. این محبوسیت یکی از خصوصیات اندرکنش قوی است که از آزمایشگاهی تایید می‌شود اما از دیدگاه تئوری هنوز به طور کامل فهمیده نشده است. به علاوه کوارک‌ها بار الکتریکی کسری $e_q = ze$ که $z = \frac{2}{3}$ برای u, c, t و $z = -\frac{1}{3}$ برای d, s, b را حمل می‌کنند. اما با وجود محبوسیت کوارک‌ها، باز بقای بار الکتریکی برای هادرون‌ها برقرار است، زیرا

⁹Richard P. Feynman

¹⁰James D. Bjorken

هادرانها قابل مشاهده هستند و بار آنها مضارب صحیحی از e هستند. همچنین کوارکها به عنوان ذراتی با اسپین $s = \frac{1}{2}$ جزئی از فرمیونها هستند. با استفاده از کوارکها و آنتی کوارکها که سازنده اصلی ماده هستند، دو نوع هادران (بسته به اسپین آنها) تشکیل می شود که به اصطلاح به آنها مزون و باریون گفته می شود.

۲-۱-۱ باریونها

باریونها شامل اسپینهای نیمه صحیح $s = n + \frac{1}{2}$ با $n \in N$ هستند و بنابراین جزء فرمیونها هستند. به علاوه آنها با عدد باریونی $B = 1$ که یک کمیت ثابت است، تعریف می شوند. باریونهای معمولی شامل سه کوارک qqq هستند. با استفاده از نمایشهای کاهش ناپذیر $SU(3)$ داریم:

$$3 \otimes 3 \otimes 3 = 10 \oplus 8 \oplus 8 \oplus 1, \quad (2-1)$$

یعنی یک ده تایی، دو هشت تایی و یک تک تایی که شامل ۲۷ باریون می شود. برای مثال در مورد $s = \frac{1}{2}$ پروتون در یکی از دو هشت تایی قرار می گیرد و کوارکهای آن (u, d, s) است.

۳-۱-۱ مزونها

مزونها ذراتی با اسپین صحیح $s = n$ با $n \in N$ هستند پس مزونها جزء بوزونها هستند. مزونهای معمولی از یک کوارک و یک آنتی کوارک $q\bar{q}$ تشکیل شده اند [۴] و مطابق با نمایشهای کاهش ناپذیر $SU(3)$ به صورت زیر هستند:

$$3 \otimes 3 = 8 \oplus 1, \quad (3-1)$$

پیوست‌ها

فصل اول

بسط N_c بزرگ

به علت پیچیدگی پدیده‌هایی که تئوری QCD توصیف می‌کند ما حتی تخیل یک حل دقیقی از این تئوری را نمی‌توان کرد. S ماتریس دقیق مربوط به این تئوری بسیار پیچیده‌تر از هر چیزی است که ما بتوانیم بنویسیم. بنابراین روش‌های حل تقریبی لازم می‌شوند. یک روش تقریبی تنها زمانی ممکن است که یک پارامتر بسط وجود داشته باشد. اما پارامتر بسط QCD چیست؟ ثابت جفت شدگی g در QCD یک پارامتر آزاد نیست زیرا از نظر گروه بازبهنجارش¹، این پارامتر وابسته به انرژی می‌شود. این مهم‌ترین چیزی است که این تئوری را مشکل می‌سازد.

اولین بار توفت پیشنهاد کرد که ما باید QCD را از سه رنگ با گروه پیمانه‌ای $SU(3)$ به N رنگ به گروه پیمانه‌ای $SU(N)$ تعمیم دهیم. امید است که در حد N بزرگ تئوری ساده شود و اینکه $N = 3$ به صورت کیفی نزدیک به تئوری N_c بزرگ باشد. همچنان که N بزرگ می‌شود یک بسط سیستماتیک از توان‌های $\frac{1}{N}$ بوجود می‌آید. همچنین این بسط پدیده‌های هادرونی مشهور فیزیکی مثل پدیده OZI را تایید می‌کند و نشان می‌دهد که یک بسط برحسب $\frac{1}{N}$ ممکن است یک تقریب

¹Renormalization group

خوب در $\frac{1}{3} = \frac{1}{N}$ باشد. شاید جالب‌ترین نتایج این رهیافت به شرح زیر باشد:

- در یانگ میلز تئوری در $N = \infty$ مزون‌ها و گلوئون‌ها آزاد، پایا و غیر برهمکنشی هستند.
- دامنه واپاشی مزون‌ها از مرتبه $\frac{1}{\sqrt{N}}$ و دامنه پراکندگی کشسان مزون-مزون از مرتبه $\frac{1}{N}$ هستند.
- اکثریت این دامنه‌های کشسان توسط جمع نمودارهای درختی که ذرات واسطه در این نمودارها مزون‌ها هستند، می‌باشند.

• به علاوه قانون OZI در $N = \infty$ دقیق است.

• مزون‌ها تنها با ساختار $q\bar{q}$ وجود دارند (به جای مثلا $q\bar{q}q\bar{q}$).

نمودارهای فایمن برای تئوری N_c بزرگ [۱]

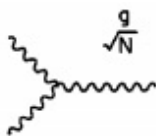
در این قسمت ابتدا ترکیباتی از نمودارهای فایمن در N_c بزرگ را مرور می‌کنیم و در قسمت بعد نتایج فیزیکی که از این ترکیبات بدست می‌آیند را بحث می‌کنیم. در N_c بزرگ تعداد رنگ‌های بسیاری (N تا) وجود دارد. بنابراین میدان گلوئون، $A_{\mu j}^i$ یک ماتریس $N \times N$ است که N^2 مولفه دارد (در واقع $N^2 - 1$ اما در QCD بزرگ از این اختلاف صرف‌نظر می‌کنیم). همچنین کوارک و آنتی کوارک q^i, \bar{q}_i هر یک دارای N مولفه است. پس در N_c بزرگ تعداد زیادی کوارک و آنتی کوارک و حتی بیشتر از آن تعداد گلوئون وجود دارد. به عنوان مثال انتشارگر گلوئونی با یک تک حلقه را در نظر می‌گیریم.

مشخص است که حتی اگر رنگ حالت اولیه و نهایی مشخص باشد هنوز N احتمال برای رنگ گلوئون واسطه وجود دارد پس این نمودار یک فاکتور رنگ N می‌گیرد. از طرفی یک فاکتور جفت



شکل الف-۱: پایین‌ترین مرتبه قطبشی خلا گلوئون (تمام شکل‌های این پیوست با استفاده از مقاله دوم مرجع [۹] گرفته شده است).

شدگی در هر گره اندرکنشی وجود دارد. اگر ما بخواهیم این نمودار یک رفتار هموار برای N_c بزرگ داشته باشد باید ثابت جفت شدگی را $\frac{g}{\sqrt{N}}$ انتخاب کنیم (که g ثابت نگه داشته می‌شود ولی N بزرگ می‌شود).



شکل الف-۲: فاکتور راس سه گلوئونی.

فصل دوم

اثبات رابطه

اگر ϕ_a^b, S_a^b به ترتیب میدان‌های اسکالر و شبه‌اسکار باشند، لاگرانژی کایرال برای این میدان‌ها به صورت [۹]:

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4}\text{Tr}(\partial_\mu \phi \partial^\mu \phi) - \frac{1}{4}\text{Tr}(\partial_\mu S \partial^\mu S) - V_* - V_{SB}, \quad (\text{ب-۱})$$

که V_* عمومی‌ترین پتانسیل شامل ناورداهای کایرال

$$I_1, I_2, I_3, I_4, \quad (\text{ب-۲})$$

و V_{SB} جمله شکست صریح تقارن کایرال است. اگر تانسور انرژی-تکانه این لاگرانژی را با استفاده از روش معمول کانونی بدست آوریم، در حدی $V_* = V_{SB} = 0$ باشد، θ_μ^μ صفر نمی‌شود. این موضوع ما را به معرفی یک تانسور انرژی تکانه بهبود یافته‌ای هدایت می‌کند که توسط اضافه کردن یک جمله

مشتق کامل به لاگرانژی بدست می‌آید:

$$\begin{aligned}
 \mathcal{L} &= -\frac{1}{4}\text{Tr}(\partial_\mu\phi\partial^\mu\phi) - \frac{1}{4}\text{Tr}(\partial_\mu S\partial^\mu S) \\
 &\quad -V + \frac{1}{3}\partial_\mu\text{Tr}(\phi\partial_\mu\phi + S\partial_\mu S) \\
 &= -\frac{1}{4}\text{Tr}(\partial_\mu\phi\partial^\mu\phi) - \frac{1}{4}\text{Tr}(\partial_\mu S\partial^\mu S) \quad (3-ب) \\
 &\quad -V + \frac{1}{3}\text{Tr}(\partial_\mu\phi\partial_\mu\phi + \phi\Box\phi + \partial_\mu S\partial_\mu S + S\Box S) \\
 &= -\frac{1}{6}\text{Tr}(\partial_\mu\phi\partial^\mu\phi) - \frac{1}{6}\text{Tr}(\partial_\mu S\partial^\mu S) \\
 &\quad -V + \frac{1}{3}\text{Tr}(\phi\Box\phi + S\Box S).
 \end{aligned}$$

می‌بینیم که لاگرانژی به صورت $\mathcal{L}(\phi, \partial_\mu\phi, \Box\phi, S, \partial_\mu S, \Box S)$ است پس معادلات حرکت از

روابط زیر بدست می‌آید:

$$\begin{cases} \frac{\partial\mathcal{L}}{\partial\phi} - \partial_\mu\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial\partial_\mu\phi} + \Box\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial\Box\phi} = 0, \\ \frac{\partial\mathcal{L}}{\partial S} - \partial_\mu\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial\partial_\mu S} + \Box\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial\Box S} = 0. \end{cases} \quad (4-ب)$$

با محاسبه خواهیم داشت:

$$\begin{cases} \frac{\partial\mathcal{L}}{\partial S} = \frac{1}{3}\Box S - \frac{\partial V}{\partial S}, \\ \frac{\partial\mathcal{L}}{\partial\partial_\mu S} = -\frac{1}{3}\partial_\mu S, \\ \frac{\partial\mathcal{L}}{\partial\Box S} = \frac{1}{3}S, \end{cases}$$

و با استفاده از رابطه دوم در (4-ب) به نتیجه زیر می‌رسیم:

$$\frac{\partial V}{\partial S} = \Box S, \quad (5-ب)$$

و به طور مشابه با استفاده از رابطه اول در (ب-۴)، برای فیلد ϕ خواهیم داشت:

$$\frac{\partial V}{\partial \phi} = \square \phi, \quad (\text{ب-۶})$$

حال تانسور انرژی تکانه از این شرط بدست می آید که لاگرانژی هیچ وابستگی صریحی به مختصاتهای

$$\text{فضا- زمان نباید داشته باشد، یعنی باید } \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_\mu} = 0 \text{ باشد:}$$

$$\begin{aligned} 0 = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_\mu} &= \frac{d\mathcal{L}}{dx_\mu} - \text{Tr} \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \phi} \partial_\mu \phi + \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \partial_\nu \phi} \partial_\mu \partial_\nu \phi \right. \\ &\quad \left. + \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \square \phi} \partial_\mu \square \phi \right) - \text{Tr} \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial S} \partial_\mu S + \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \partial_\nu S} \partial_\mu \partial_\nu S + \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \square S} \partial_\mu \square S \right) \quad (\text{ب-۷}) \end{aligned}$$

ابتدا عبارت $I_1 \equiv \text{Tr} \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \phi} \partial_\mu \phi + \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \partial_\nu \phi} \partial_\mu \partial_\nu \phi + \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \square \phi} \partial_\mu \square \phi \right)$ را محاسبه می کنیم. اگر

جمله اول این عبارت را با استفاده از (ب-۴) جایگذاری کنیم و جمله $\partial_\nu \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \square \phi} \right) \partial_\mu \phi \partial_\nu \phi$ را اضافه

و کم کنیم، به رابطه زیر می رسیم:

$$I_1 = \partial^\nu \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \partial_\nu \phi} \partial_\mu \phi + \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \square \phi} \partial_\mu \partial_\nu \phi - \partial_\nu \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \square \phi} \partial_\mu \phi \right), \quad (\text{ب-۸})$$

به طور مشابه برای $I_2 \equiv \text{Tr} \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial S} \partial_\mu S + \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \partial_\nu S} \partial_\mu \partial_\nu S + \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \square S} \partial_\mu \square S \right)$ خواهیم داشت:

$$I_2 = \partial^\nu \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \partial_\nu S} \partial_\mu S + \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \square S} \partial_\mu \partial_\nu S - \partial_\nu \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \square S} \partial_\mu S \right), \quad (\text{ب-۹})$$

پس رابطه (ب-۷) تبدیل می شود به:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dx_\mu} [\delta_{\mu\nu} \mathcal{L} - \text{Tr} \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \partial_\nu \phi} \partial_\mu \phi + \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \square \phi} \partial_\mu \partial_\nu \phi - \partial_\nu \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \square \phi} \partial_\mu \phi \right) \quad (\text{ب-۱۰}) \\ - \text{Tr} \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \partial_\nu S} \partial_\mu S + \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \square S} \partial_\mu \partial_\nu S - \partial_\nu \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \square S} \partial_\mu S \right)] \equiv \frac{d}{dx_\nu} T_{\mu\nu} = . \end{aligned}$$

حال اگر با استفاده از این رابطه، برای لاگرانژی (ب-۳) تانسور انرژی تکانه $T_{\mu\nu}$ را حساب کنیم، خواهیم دید که یک تانسور متقارن تحت $\nu \longleftrightarrow \mu$ است. بنابراین در اینجا تانسور $T_{\mu\nu}$ با تانسور $\theta_{\mu\nu}$ یکسان است و خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} \theta_{\mu\nu} = & \delta_{\mu\nu} \mathcal{L} - \text{Tr} \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \partial_\nu \phi} \partial_\mu \phi + \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \square \phi} \partial_\mu \partial_\nu \phi - \partial_\nu \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \square \phi} \partial_\mu \phi \right) \quad (ب-۱۱) \\ & - \text{Tr} \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \partial_\nu S} \partial_\mu S + \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \square S} \partial_\mu \partial_\nu S - \partial_\nu \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \square S} \partial_\mu S \right). \end{aligned}$$

جملات عبارت قبل را با استفاده از لاگرانژی (ب-۳) محاسبه می‌کنیم و خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \partial_\nu \phi} &= -\frac{1}{3} \partial_\nu \phi, \\ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \square \phi} &= -\frac{1}{3} \phi, \\ \partial_\nu \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \square \phi} \right) &= \frac{1}{3} \partial_\nu \phi. \end{aligned} \quad (ب-۱۲)$$

بنابراین تانسور انرژی-تکانه بهبود یافته با استفاده از (ب-۱۲) و (ب-۱۱) و با کمی ساده‌سازی به صورت زیر بدست می‌آید:

$$\begin{aligned} \theta^{\mu\nu} = & -\frac{1}{6} \delta_{\mu\nu} \text{Tr}(\partial_\rho \phi \partial^\rho \phi) - \frac{1}{6} \delta_{\mu\nu} \text{Tr}(\partial_\rho S \partial^\rho S) - V \delta_{\mu\nu} \\ & + \frac{1}{3} \delta_{\mu\nu} \text{Tr}(\phi \square \phi) + \frac{1}{3} \delta_{\mu\nu} \text{Tr}(S \square S) + \frac{2}{3} \text{Tr}(\partial_\nu \phi \partial_\mu \phi) \quad (ب-۱۳) \\ & - \frac{1}{3} \text{Tr}(S \partial_\mu \partial_\nu S), \end{aligned}$$

و بنابراین تریس تانسور انرژی تکانه به صورت زیر خواهد شد:

$$\theta^\mu_\mu = -4V + \text{Tr}(\phi \square \phi + S \square S). \quad (ب-۱۴)$$

در نهایت با استفاده از روابط (ب-۵) و (ب-۶) به نتیجه نهایی زیر می‌رسیم:

$$\theta_{\mu}^{\mu} = -4V + \text{Tr}(\phi \frac{\partial V}{\partial \phi} + S \frac{\partial V}{\partial S}). \quad (\text{ب-۱۵})$$